ZADATAK 1.

Za SAU dat prenosnom funkcijom naći model u prostoru stanja (u kontrolabilnoj formi).

$$W=\frac{2s^2+3s+5}{s^3+3s^2+4s+1}$$

RJEŠENJE:

Pošto je koeficijent ispred s^3 jednak 1, lako se pomoću *pravila* dobija:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & -4 & -3\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}5 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

ZADATAK 2.

Ispitati kontrolabilnost i observabilnost SAU-a datog preko modela u prostoru stanja:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -2 & -1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$$

RJEŠENJE:

Kontrolabilnost:

Da bi sistem bio kontrolabilan potrebno je da rang matrice $[B;\ \ AB]$ bude jednak redu sistema.

Matrica $AB=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$, pa je $[B;\ \ AB]=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$.

Da bi ispitali rang matrice, prvo treba odrediti njenu determinantu.

Determinanta matrice $[B;\ \ AB]$ je jednaka -1. Pošto je determinanta različita od nule, slijedi da je rang matrice jednak njenoj veličini, odnosno 2.

Pošto je red početnog sistema jednak 2, i rang matrice $[B; \quad AB]$ jednak 2, slijedi da je sistem kontrolabilan.

Observabilnost:

Da bi sistem bio observabilan potrebno je da rang matrice $\left[C^T; \quad A^T C^T\right]$ bude jednak redu sistema.

Matrica $C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A^T C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, pa je $\left[C^T; \quad A^T C^T\right] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Da bi ispitali rang matrice, prvo treba odrediti njenu determinantu.

Determinanta matrice $\left[C^T; \quad A^T C^T\right]$ je jednaka 1. Pošto je determinanta različita od nule, slijedi da je rang matrice jednak njenoj veličini, odnosno 2.

Pošto je red početnog sistema jednak 2, i rang matrice $\left[C^T; \quad A^T C^T\right]$ jednak 2, slijedi da je sistem observabilan.

ZADATAK 3.

Ispitati kontrolabilnost i observabilnost SAU-a datog jednačinama:

$$\dot{x}_1 = -x_1 + 2x_3 + u$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 + x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$y = 2x_2 + x_3$$

RJEŠENJE:

Matrice modela u prostoru stanja su:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Kontrolabilnost:

Da bi sistem bio kontrolabilan potrebno je da rang matrice $\left[B; \quad AB; \quad A^2 B\right]$ bude jednak redu sistema.

Matrica $AB = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A^2B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ pa je $\begin{bmatrix} B; & AB; & A^2B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Da bi ispitali rang matrice, prvo treba odrediti njenu determinantu. Determinanta matrice $\begin{bmatrix} B; & AB; & A^2B \end{bmatrix}$ je jednaka -1. Pošto je determinanta različita od nule, slijedi da je rang matrice jednak njenoj veličini (3x3), odnosno 3.

Pošto je red početnog sistema jednak 3, i rang matrice $\begin{bmatrix} B; & AB; & A^2B \end{bmatrix}$ jednak 3, slijedi da je sistem kontrolabilan.

Observabilnost:

Da bi sistem bio observabilan potrebno je da rang matrice $\begin{bmatrix} C^T; & A^TC^T; & (A^T)^2C^T \end{bmatrix}$ bude jednak redu sistema.

Matrica $C^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A^TC^T = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $(A^T)^2C^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ pa je

$\begin{bmatrix} C^T; & A^TC^T; & (A^T)^2C^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Da bi ispitali rang matrice, prvo treba odrediti njenu determinantu. Determinanta matrice $\begin{bmatrix} C^T; & A^TC^T; & (A^T)^2C^T \end{bmatrix}$ je jednaka 10. Pošto je determinanta različita od nule, slijedi da je rang matrice jednak njenoj veličini (3x3), odnosno 3.

Pošto je red početnog sistema jednak 3, i rang matrice $\begin{bmatrix} C^T; & A^TC^T; & (A^T)^2C^T \end{bmatrix}$ jednak 3, slijedi da je sistem observabilan.

ZADATAK 4.

Dat je sistem prenosnom funkcijom $W = \dfrac{0.3s+1}{s^2+1.5s+0.5}$. Dobiti step odziv sistema u povratnoj sprezi i odrediti polove dobijene prenosne funkcije. Nacrtati polove i nule u kompleksnoj ravni.

ZADATAK 5.

Dat je sistem prenosnom funkcijom $G = \dfrac{s+6}{(s^2+2s+4)(s+8)(s^2+8s+40)}$.

Dobiti step odziv sistema. Eliminisati polove koji su najdalji od imaginarne ose. Potrebno je zadržati isto statičko pojačanje sistem(za s=0). Za novodobijeni sistem dobiti step odziv na postojećem grafiku. Uporediti preskok, vrijeme uspona i vrijeme smirenja za ova dva sistema.